Diviser des nombres entiers et décimaux

I. La division euclidienne (pour partager équitablement)

Exemple 1 : on souhaite partager équitablement 30 billes entre 7 personnes.

Méthode pour faire ce partage :

1) On donne une bille à chaque personne. Il reste $30-7=23$ billes à partager.

2) On donne une deuxième bille à chaque personne. Il reste …………..……. billes

3) On donne une troisième bille. Il reste ………..…..……… billes.

4) On donne une quatrième bille. Il reste ………..…..……… billes.

Chaque personne reçoit ……….. billes et il en reste …………..

On dit que la division de 30 par 7 a pour ……………….. 4 et pour ……………….. 2

On écrit : $\mathbf{30 = 7 \times 4 + 2}$

30 : dividende 7 : diviseur 4 : quotient 2 : reste

> Le nom de **division euclidienne** est un hommage rendu au mathématicien grec **Euclide** qui en explique le principe par soustractions successives dans ses *Éléments*. Mais elle existait bien avant Euclide dans les mathématiques égyptiennes, dans les mathématiques babyloniennes et dans les mathématiques chinoises.

Exemple 2 : on prépare des bouquets de 5 brins de muguets, on dispose de 43 brins.

On sait que $40=5\times 8$. On peut donc préparer 8 bouquets et il restera 3 brins.

On écrit : $\mathbf{43 = 5 \times 8 + 3}$

43 : le **dividende** 5 : le **diviseur** 8 : le **quotient** 3 : le **reste**

Division posée : on souhaite répartir 459 fleurs dans 11 vases.

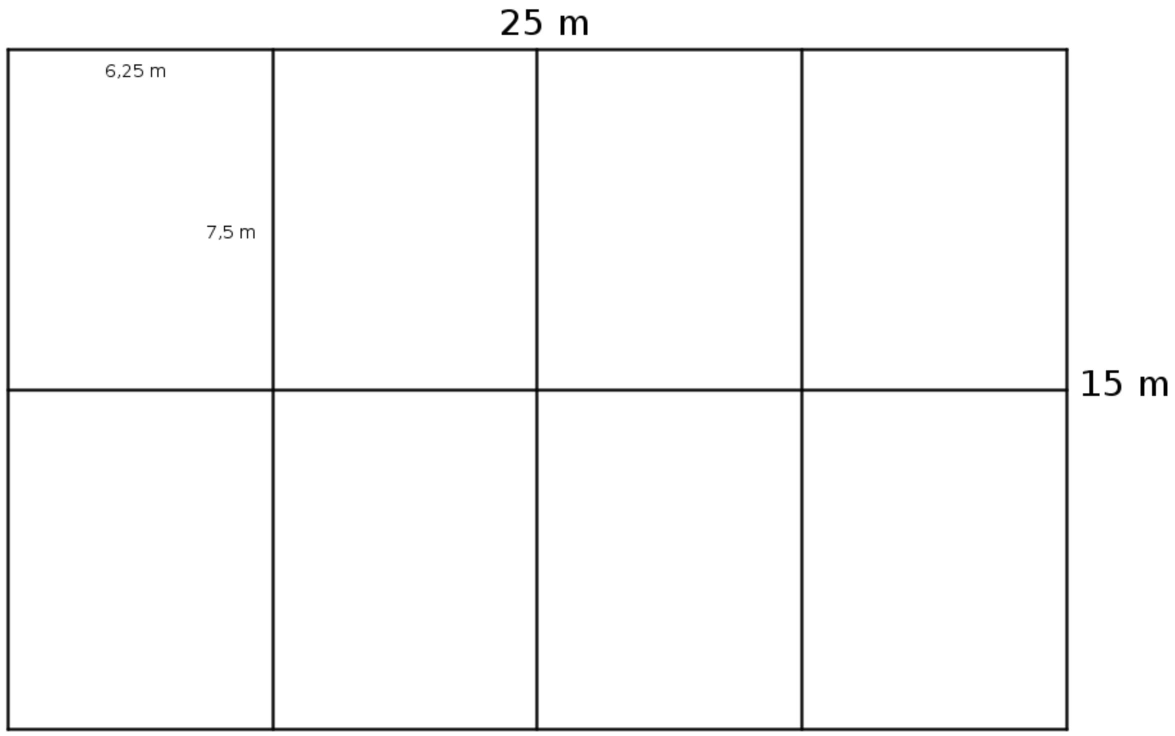
4 5 9	1 1
- 4 4	4 1
0 1 9	
- 1 1	
0 8	

Dans chaque vase on met 41 fleurs
et il reste 8 fleurs.

II. La division décimale (pour partager équitablement et en totalité)

Exemple : 8 personnes se partagent équitablement et en totalité un terrain rectangulaire de longueur **L = 25 m** et largeur **l = 15 m**.

Ils découpent le terrains en 8 parcelles identiques de dimension $7{,}5 \times 6{,}25$ (en mètre)



La largeur d'une parcelle est égale à : $25 \div 4 = 6{,}25$ m

La longueur d'une parcelle est égale à : $15 \div 2 = 7{,}5$ m

L'aire totale du terrain est égale à : $25 \times 15 = 375$ m²

L'aire d'une parcelle est égale à : $375 \div 8 = 46{,}875$ m²

(on peut aussi obtenir l'aire d'une parcelle en calculant $6{,}25 \ x \ 7{,}5 = 46{,}875$ m²)

3 7 5	8
- 3 2	4 6 , 8 7 5
0 5 5	
- 4 8	
0 7 0	
- 6 4	
6 0	
- 5 6	
4 0	
- 4 0	
0	

Le terrain est partagé en totalité :
le reste est égal à 0.

III. Multiples et diviseurs

On parle de **multiples** et **diviseurs** uniquement pour les nombres entiers.

$$21 = 3 \times 7$$

21 est un multiple de 3

21 est un multiple de 7

7 et 3 sont des diviseurs de 21

Les diviseurs de 21 sont 1, 3, 7 et 21 (1 est diviseur de tous les nombres).

IV. Critères de divisibilité

Propriétés :

Un nombre entier est **divisible par 2** si et seulement si son chiffre des unités est pair.

Exemples : 1 238 798 est divisible par 2. 23 n'est pas divisible par 2.

Un nombre entier est **divisible par 4** si et seulement si ses deux derniers chiffres forment un nombre divisible par 4.

Exemples : 1 238 712 est divisible par 4. 23 n'est pas divisible par 4.

Un nombre entier est **divisible par 3** si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Exemples : 912 est divisible par 3, car $9+1+2=12$ et 12 est divisible par 3.

23 n'est pas divisible par 3, car $2+3=5$ et 5 n'est pas divisible par 3.

Un nombre entier est **divisible par 9** si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Exemples : 9612 est divisible par 9, car $9+6+1+2=18$ et 18 est divisible par 9.

912 n'est pas divisible par 9, car $9+1+2=12$ et 12 n'est pas divisible par 9.

Un nombre entier est **divisible par 5** si et seulement si son chiffre des unités est 0 ou 5.

Exemples : 1 238 795 est divisible par 5. 212 440 est divisible par 5.

Un nombre entier est **divisible par 10** si et seulement si son chiffre des unités est 0.

Exemples : 1 238 790 est divisible par 10. 423 n'est pas divisible par 10.