

Distance d'un point à une droite

Objectifs :

Savoir calculer la distance d'un point à une droite

Savoir construire la tangente à un cercle qui passe en l'un de ses points

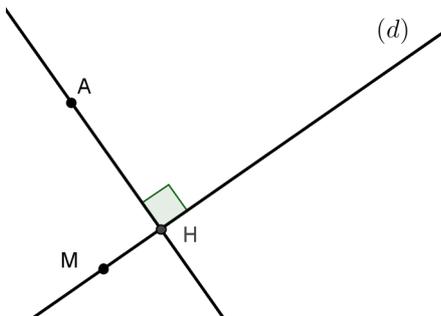
I – Distance d'un point à une droite

Définition :

La **distance du point A à la droite (d)** est la plus petite distance possible entre le point A et un point quelconque de la droite (d).

Propriété :

La **distance du point A à la droite (d)** est la longueur **AH**, où H est le pied de la perpendiculaire à la droite (d) menée du point A.



Preuve :

Soit H le pied de la perpendiculaire à la droite (d) menée du point A.

Soit le point M sur la droite (d) tel que AM soit la distance du point A à la droite (d).

On va montrer que les points M et H sont confondus :

Dans le triangle AHM, rectangle en H, on a, d'après l'égalité de Pythagore : $AH^2 = AM^2 - MH^2$

Donc $AH^2 \leq AM^2$ et par conséquent $AH \leq AM$

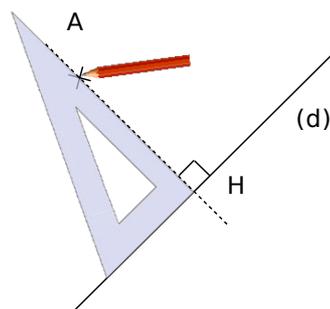
Par définition, AM est la plus petite distance entre le point A et un point quelconque de la droite (d). On a donc $AH \geq AM$

On a donc $AH \leq AM$ et $AH \geq AM$. On en déduit $AH = AM$ et donc $AH^2 = AM^2$

D'où : $MH^2 = AM^2 - AH^2 = 0$ et donc $MH = 0$. Donc les points M et H sont confondus.

CQFD

exemple de construction :

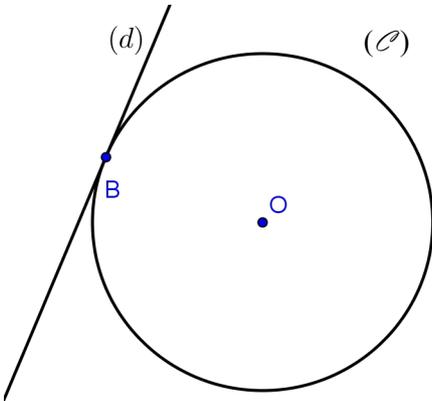


II – Tangente à un cercle en l'un de ses points

Définition :

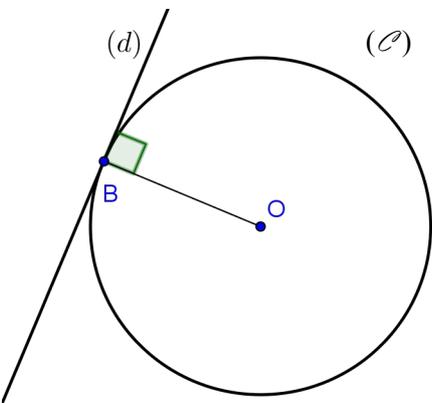
Soit un point B sur un cercle (\mathcal{C}) .

La tangente au cercle (\mathcal{C}) en B est la droite qui n'a qu'un seul point commun avec le cercle (\mathcal{C}) : le point B .



Propriété :

Si une droite (d) est tangente au cercle (\mathcal{C}) de centre O au point B alors cette droite (d) est perpendiculaire au rayon $[OB]$.



Preuve :

Tous les points de la droite (d) sont à l'extérieur du cercle (\mathcal{C}) , à l'exception du point B qui est sur le cercle (\mathcal{C}) .

Donc OB est la distance du point O à la droite (d) .

Et en déduit que la droite (d) est perpendiculaire à la droite (OB) . *CQFD*

Méthode :

On utilise cette propriété pour **construire la tangente à un cercle** en l'un de ses points.