

Carré et Racine carrée

1 Carré

Les puissances de 2 sont très utilisées au collège et au lycée. « a^2 » se lit « a puissance 2 » ou « a au carré ». On retrouve les « carrés » dans de nombreuses formules :

- $A = c^2$ (l'aire d'un carré).
- $A = \pi r^2$ (l'aire d'un cercle).
- $a^2 + b^2 = c^2$ (théorème de Pythagore).
- $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$ (factorisation de la différence de deux carrés).

Définition 1 – Carrés parfaits

Le carré d'un nombre entier est appelé « carré parfait ».

Savoir repérer un carré parfait dans un calcul est très utile :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225

2 Racine Carrée

Les nombres 5 et -5 sont les solutions de l'équation $x^2 = 25$.

La solution positive 5 est appelée racine carrée de 25 et est notée avec le symbole $\sqrt{25}$.

Chaque carré parfait possède une racine carrée entière : $\sqrt{0} = 0$, $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{25} = 5$, $\sqrt{100} = 10$, $\sqrt{169} = 13$.

Chaque nombre positif possède une racine carrée, qui peut être calculée à l'aide d'une calculatrice.

Définition 2 – Racine carrée

Pour tout nombre positif a , il existe un unique nombre positif noté \sqrt{a} tel que $\sqrt{a}^2 = a$. Ce nombre est appelé racine carrée de a et s'écrit \sqrt{a} .

Pour tout nombre positif a , $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = \sqrt{a^2} = a$.

Propriété 1

Pour tous nombres positifs a et b : $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Preuve : $\sqrt{ab^2} = ab$ $(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2 = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b^2} = ab$ $\sqrt{\frac{a^2}{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}}$ $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{\sqrt{a}^2}{\sqrt{b}^2} = \frac{a}{b}$

Exemple :

$$\sqrt{3600} = \sqrt{36} \times \sqrt{100} = 6 \times 10 = 60 \quad \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3} \quad \sqrt{121 \times 64} = 11 \times 8 = 88$$

$$\sqrt{45} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5} \quad \sqrt{5^4} = \sqrt{(5^2)^2} = 25$$