

Cercle trigonométrique

Classe de seconde

Patrice Jacquet - www.mathxy.fr

1 Cercle trigonométrique

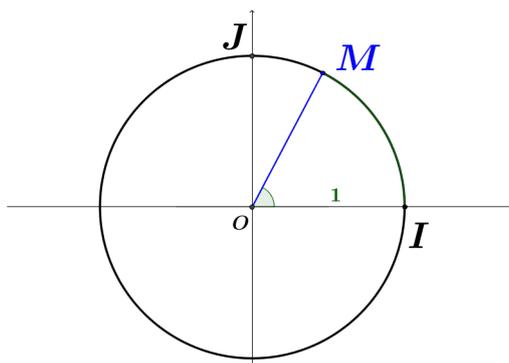
Définition 1 – Cercle trigonométrique

Le cercle de centre O et de rayon 1 est appelé **cercle trigonométrique**.

Définition 2 – Sens trigonométrique

Le **sens trigonométrique** (ou **sens direct**) est le sens inverse des aiguilles d'une montre.

Dans un repère $(O; I, J)$, sur le cercle trigonométrique de centre O , un point M se déplace de I vers J dans le sens direct.



Propriété 1

La longueur de l'arc de cercle IM est proportionnelle à la mesure de l'angle \widehat{IOM} . La circonférence du cercle est égale à 2π .

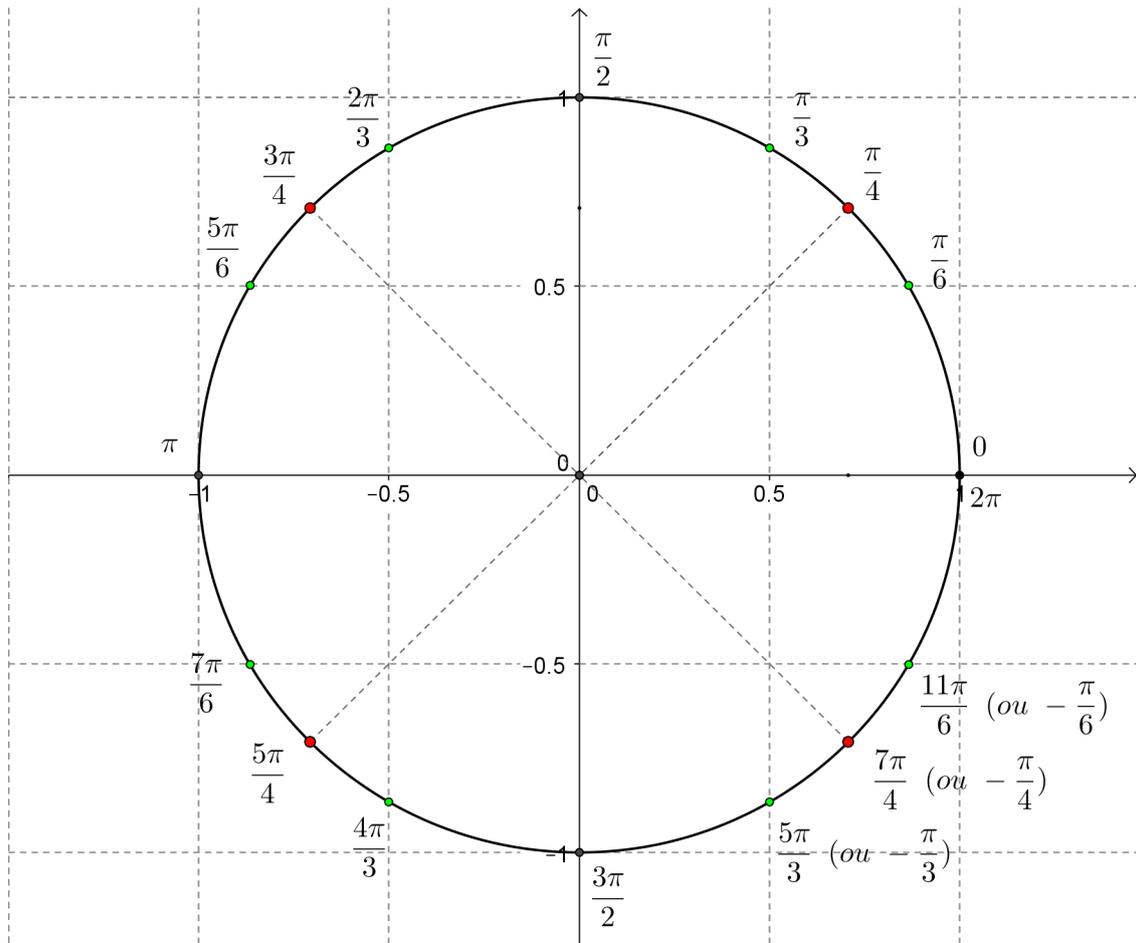
Preuve : 2π est la longueur du cercle de rayon 1.

Longueur de IM	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Mesure de \widehat{IOM}	0°	90°	180°	270°	360°

Si le point M effectue deux tours du cercle trigonométrique, dans le sens direct, alors il se déplace d'une longueur de 4π . Si le point M effectue un demi-tour du cercle trigonométrique, dans le sens indirect, alors il se déplace d'une longueur de $-\pi$.

Notation : Dans un repère $(O; I, J)$, soit un point M sur le cercle trigonométrique.

On notera $x = IM$ (x est un réel compris entre 0 et 2π , on dit que M est le point image du réel x).



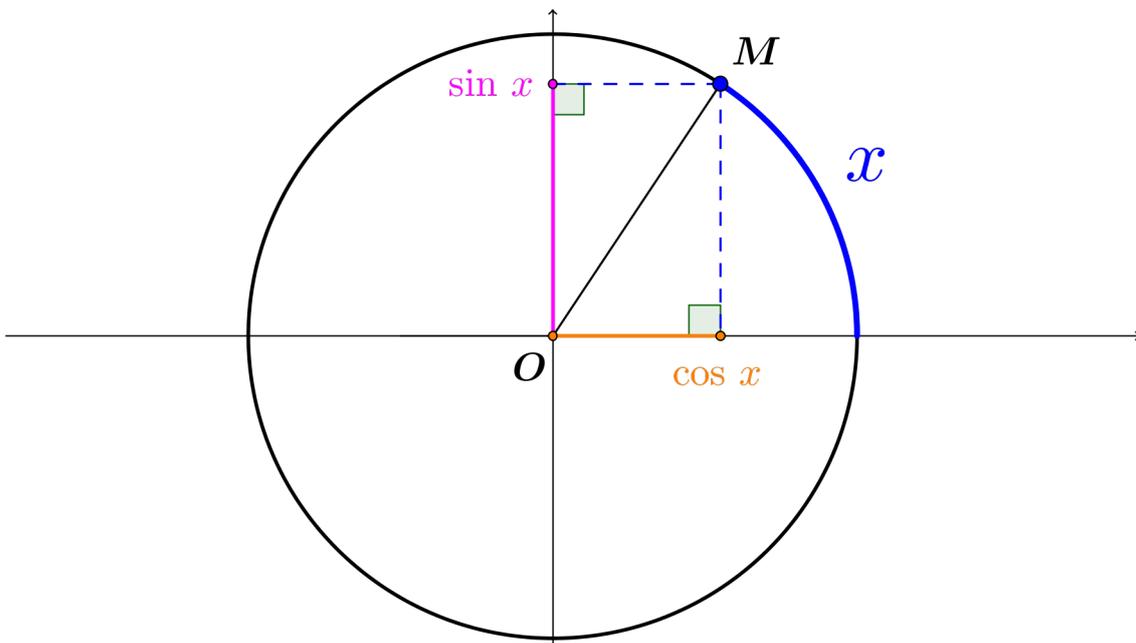
2 Cosinus et sinus d'un nombre réel

Définition 3 – cosinus - sinus d'un nombre réel

x est un réel compris entre 0 et 2π et M est son point image sur le cercle trigonométrique.

Le **cosinus** de x , noté **cos** x , est l'abscisse de M .

Le **sinus** de x , noté **sin** x , est l'ordonnée de M .



3 Propriétés du cosinus et du sinus

Propriété 2

Pour tout nombre réel x :

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \quad -1 \leq \sin x \leq 1 \quad \cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

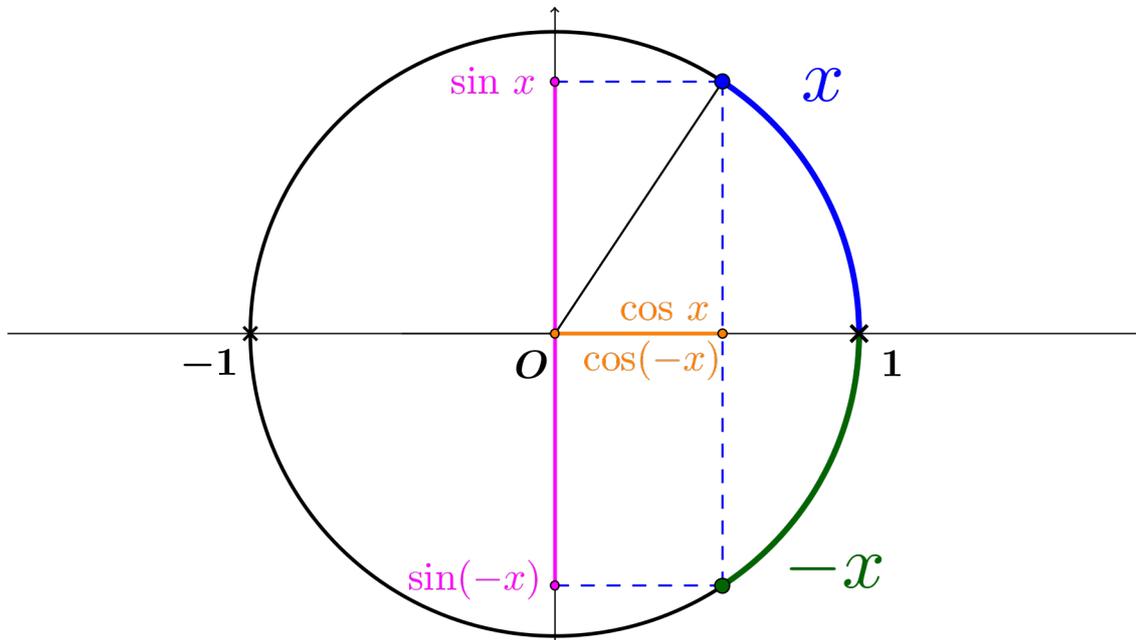
Preuve : L'abscisse et l'ordonnée de tout point du cercle trigonométriques sont inférieures à 1. La troisième propriété découle directement du théorème de Pythagore.

Propriété 3

Pour tout nombre réel x :

$$\cos(-x) = \cos x \quad \sin(-x) = -\sin x$$

Preuve : Les points images de x et $-x$ sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses. Ils ont donc la même abscisse et des ordonnées opposées :



Propriété 4

Pour tout nombre réel x :

$$\cos(x + 2\pi) = \cos x \quad \sin(x + 2\pi) = \sin x$$

Preuve : Les points images de x et $x + 2\pi$ sont confondus, ils ont donc les mêmes coordonnées.

4 Valeurs remarquables de $\cos x$ et $\sin x$ sur l'intervalle $[0; \pi]$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0