

Généralités sur les fonctions

Classe de seconde

Patrice Jacquet - www.mathxy.fr

1 Notion d'intervalle

Définition 1 – intervalle

On appelle **intervalle** une partie de l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels délimitée par deux nombres constituant une **borne inférieure** et une **borne supérieure**.

Les intervalles peuvent être **ouverts**, **fermés**, ou **semi-ouverts**.

Exemple :

$[-4; 5]$ est l'**intervalle fermé** compris entre -4 et 5 (-4 et 5 sont inclus dans l'intervalle).

$] - 5; 0[$ est l'**intervalle ouvert** compris entre -5 et 0 (-5 et 0 sont exclus de l'intervalle).

$]2; 8]$ est l'**intervalle semi-ouvert** compris entre 2 et 8 (2 est exclu, 8 est inclus).

2 Fonctions : vocabulaire et notation

Définition 2 – fonction

On définit une **fonction** f sur un intervalle D lorsque l'on associe à chaque nombre x de D un nombre y et un seul. On note :

$$f : x \mapsto y \quad \text{ou} \quad f(x) = y.$$

D est appelé l'**ensemble de définition** de la fonction f .

Remarque : L'ensemble de définition d'une fonction peut être composé de plusieurs intervalles.

Définition 3 – image

Le nombre $f(x)$ est appelé **image** de x par la fonction f .

Définition 4 – antécédent

Si $f(a) = b$, on dit que a est un **antécédent** de b par la fonction f .

3 Représentation graphique d'une fonction

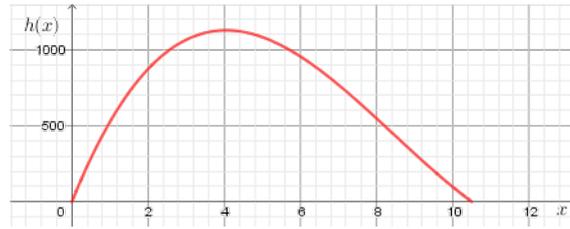
Définition 5 – courbe représentative

Dans un repère du plan, la **courbe représentative** \mathcal{C} de f (ou représentation graphique) est l'ensemble de tous les points M de coordonnées $(x; y)$ tels que $y = f(x)$.

Exemple :

h est la fonction définie sur l'intervalle $[0; 10,5]$:

$$f : x \mapsto (29,7 - 2x)(21 - 2x)x$$



On a : $h(0) = h(10,5) = 0$ (voir activité faite en classe).

0 est l'image de 10,5.

0 est l'image de 0.

10,5 est un antécédent de 0.

4 Variations, minimum, maximum d'une fonction

Définition 6 – Fonction croissante sur un intervalle

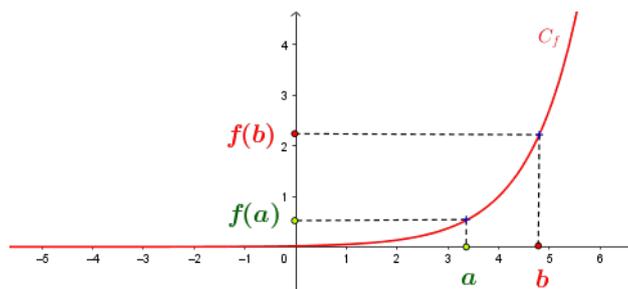
Une fonction f , définie sur un intervalle I , est dite **strictement croissante sur I** , lorsque pour tous nombres a et b appartenant à I :

$$\text{si } b > a \text{ alors } f(b) > f(a).$$

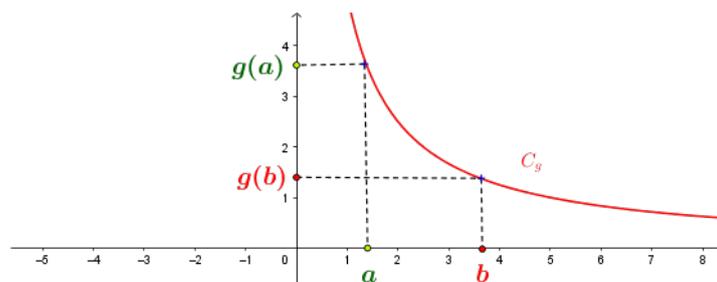
Définition 7 – Fonction décroissante sur un intervalle

Une fonction f , définie sur un intervalle I , est dite **strictement décroissante sur I** , lorsque pour tous nombres a et b appartenant à I :

$$\text{si } b > a \text{ alors } f(b) < f(a).$$



Fonction croissante : les images sont rangées dans le **même ordre** que leurs antécédents.



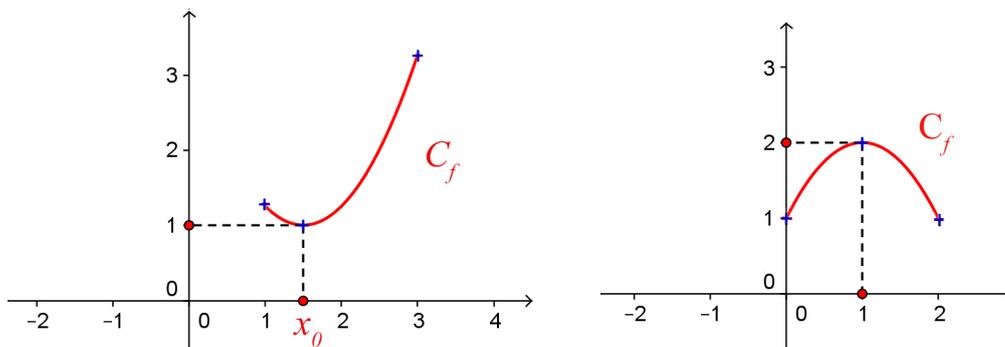
Fonction décroissante : les images sont rangées dans l'**ordre contraire** de leurs antécédents.

Définition 8 – minimum

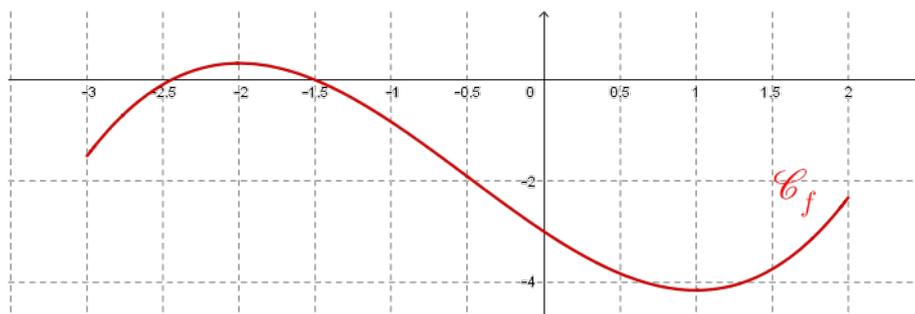
Soit une fonction f définie sur l'ensemble D . La plus petite valeur, lorsqu'elle existe, parmi les images par f est appelée le **minimum de la fonction f** .

Définition 9 – maximum

Soit une fonction f définie sur l'ensemble D . La plus grande valeur, lorsqu'elle existe, parmi les images par f est appelée le **maximum de la fonction f** .

**5 Tableau de variations**

Soit \mathcal{C}_f la courbe représentative d'une fonction f représentée sur l'intervalle $[-3; 2]$:



On résume les variations de f dans un tableau de variation :

x	-3	-2	1	2
$f(x)$	$f(-3)$	$f(-2)$	$f(1)$	$f(2)$

interprétation du tableau de variation :

f est croissante sur $[-3; -2]$

f est décroissante sur $[-2; 1]$

f est croissante sur $[1; 2]$

$f(-2)$ est le maximum

$f(1)$ est le minimum