Droites

Classe de 1ere STMG - Lycée Saint-Charles

Patrice Jacquet - www.mathxy.fr - 2014/2015

Objectifs :

- Savoir déterminer graphiquement le coefficient directeur d'une droite.
- Savoir tracer une droite.
- Savoir déterminer l'équation d'une droite.
- Savoir déterminer si un point appartient à une droite.
- Savoir calculer les coordonnées du point d'intersection de deux droites.

1 Équation

Propriété 1 – Équations d'une droite

Dans un repère (O, I, J) une droite est un ensemble de points $M(x; y)$ tels que :

$$y = ax + b \quad \text{avec } a \in \mathbb{R} \text{ et } b \in \mathbb{R}$$

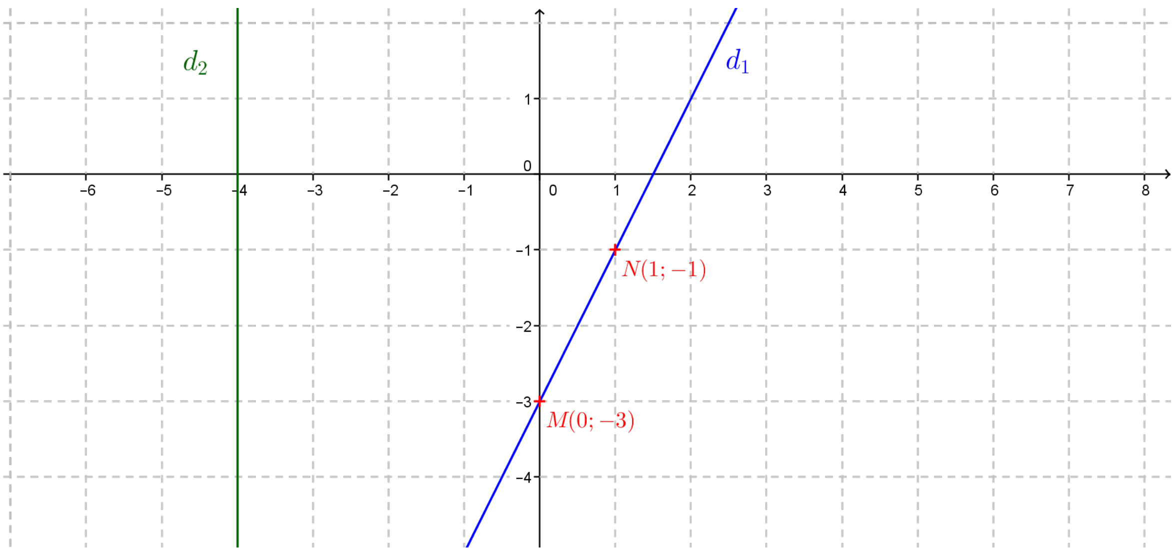
ou

$$x = c \quad \text{avec } c \in \mathbb{R}$$

Preuve : La courbe représentative d'une **fonction affine** est une droite.
L'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $x = c$ est une **droite parallèle à l'axe des ordonnées** (Oy).

Exemple 1 : Soit d_1 la droite d'équation $y = 2x - 3$.
- Si $x = 0$ $\quad y = 2 \times 0 - 3 = -3$.
- Si $x = 1$ $\quad y = 2 \times 1 - 3 = -1$.

Exemple 2 : Soit d_2 la droite d'équation $x = -4$.

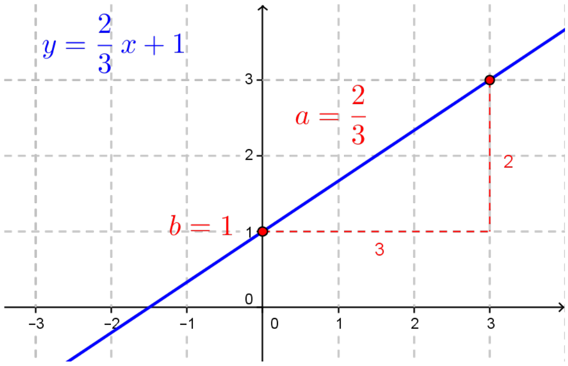


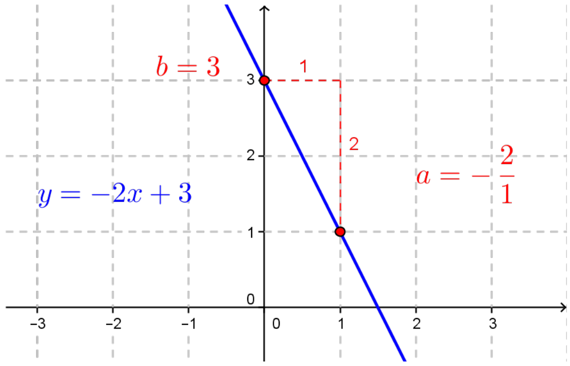
Remarque : Si un point appartient à une droite alors ses coordonnées vérifient son équation.

2 Caractéristiques

Définition 1

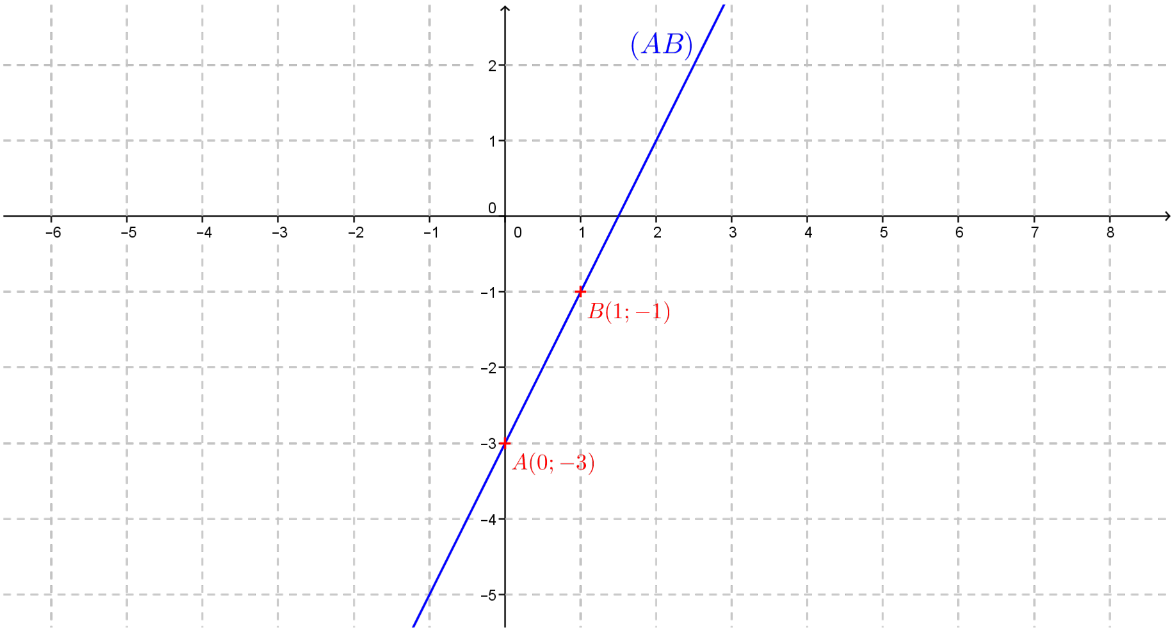
Dans l'équation $y = ax+b$, a est appelé le **coefficient directeur** (ou la **pente**), b est appelé l'**ordonnée à l'origine** (la valeur de y pour $x = 0$).





Exemple 3 : $A(0; -3)$ et $B(1; -1)$

La droite (AB) a pour coefficient directeur $a = \dfrac{(-1) - (-3)}{(1) - (0)} = \dfrac{-1 + 3}{1} = 2$.



3 Droites parallèles

Propriété 2

Dans le repère (O, I, J) deux droites d_1 et d_2 d'équations :
$d_1 : y = a_1x + b_1$
$d_2 : y = a_2x + b_2$
sont parallèles si et seulement si leurs coefficients directeurs sont égaux : $a_1 = a_2$.

4 Droites sécantes

Propriété 3

Dans le repère (O, I, J) deux droites d_1 et d_2 d'équations :
(d_1) : $y = a_1x + b_1$
(d_2) : $y = a_2x + b_2$
sont sécantes si et seulement si leurs coefficients directeurs sont différents : $a_1 \neq a_2$.

Remarque : Les coordonnées du point d'intersection doivent vérifier les deux équations :

$$\begin{cases} y &= a_1x + b_1 \\ y &= a_2x + b_2 \end{cases}$$

Exemple 4 : Les deux droites d_1 et d_2 ont pour équations :

$d_1 : y = 2x + 1$

$d_2 : y = -3x + 2$

d_1 et d_2 ont des coefficients directeurs différents. Il existe un point d'intersection $I(x_i; y_i)$ avec :

$$\begin{cases} y_i &= 2x_i + 1 \\ y_i &= -3x_i + 2 \end{cases}$$

On en déduit : $2x_i + 1 = -3x_i + 2$

D'où : $5x_i = 1$

Et : $x_i = \dfrac{1}{5}$

Donc : $y_i = \dfrac{2}{5} + 1 = \dfrac{7}{5}$

$I\left(\dfrac{1}{5}; \dfrac{7}{5}\right)$ est le point d'intersection de d_1 et d_2.