

Pourcentages (%)

Classes de première ST2S - Lycée Saint-Charles

Patrice Jacquet - www.mathxy.fr - 2014/2015

Objectifs :

- Calculer des proportions.
- Comparer, additionner des proportions.
- Calculer des évolutions en pourcentage.

1 Proportion

Définition 1 – Proportion

Si on étudie une partie d'une population (ou d'un ensemble), la proportion de la partie étudiée parmi l'ensemble de la population est définie par :

$$p = \frac{\text{effectif de la partie étudiée}}{\text{effectif total de la population}}.$$

Exemple 1 : Dans la classe de première ST2S, on a 25 élèves dont 24 filles et 1 garçon.

$$(\text{Proportion de garçons}) = \frac{1}{25} \quad (\text{Proportion de filles}) = \frac{24}{25}$$

Exemple 2 : Dans la classe de première ES, on a 19 élèves dont 14 filles et 5 garçons.

$$(\text{Proportion de garçons}) = \frac{5}{19} \quad (\text{Proportion de filles}) = \frac{14}{19}$$

Remarque : Une proportion est un nombre compris entre 0 et 1. On peut l'exprimer sous forme de fraction ou sous forme décimale (éventuellement arrondie).

$$(\text{Proportion de filles en Première ST2S}) = \frac{24}{25} = 0,96$$

$$(\text{Proportion de filles en Première ES}) = \frac{14}{19} \approx 0,737$$

2 Pourcentages (%)

Définition 2 – Pourcentage

Un pourcentage est une fraction dont le dénominateur est 100.

$$\text{Exemple 3 : } (\text{Proportion de filles en Première ST2S}) = \frac{24}{25} = 0,96 = \frac{96}{100} = 96\%$$

$$(\text{Proportion de filles en Première ES}) = \frac{14}{19} \approx 73,7\%$$

Remarque : L'utilisation de pourcentage permet de comparer plus facilement les proportions : il est plus facile de comparer 96% et 73,7% que de comparer $\frac{24}{25}$ et $\frac{14}{19}$

3 Pourcentages de pourcentages

Propriété 1 – proportion d'une proportion

Pour calculer la proportion d'une proportion il faut multiplier les proportions entre elles.

Exemple 4 : Dans une portée de 10 chatons, 6 sont des mâles parmi lesquels 3 sont noirs.

$$\frac{3}{6} \times \frac{6}{10} = \frac{3}{10}$$

La proportion de mâles noirs est donc de $\frac{3}{10}$.

Exemple 5 : Dans une maison de retraite, 90% des employés sont des femmes et 60% des femmes ont moins de 40 ans.

$$90\% \times 60\% = 0,9 \times 0,6 = 0,54 = 54\%$$

Il y a donc 54% de femmes âgées de moins de 40 ans.

4 Comparaison et addition de proportions dans un ensemble de référence

Propriété 2

On peut comparer ou additionner les proportions de deux sous-ensembles faisant partie d'un même ensemble à conditions que ces sous-ensembles soient disjoints (c'est à dire qu'ils n'ont pas d'éléments en commun).

Exemple 6 : Dans un lycée, 50% des élèves viennent en bus, 25% des élèves viennent en voiture, 12% des élèves viennent en scooter, 5% des élèves viennent en vélo, 8% des élèves viennent à pied.

$$5\% + 8\% = 13\%$$

Il y a donc 13% d'élèves qui utilisent un moyen de transport non polluant.

Dans cet exemple, **les pourcentages font référence à la population des élèves du lycée et les sous-ensembles sont bien disjoints.**

Exemple 7 : Dans un restaurant avec buffet à volonté, 50% des clients prennent de la tarte aux pommes, 25% des clients prennent de la tarte aux abricots et 20% des clients prennent de la tarte aux fraises.

On ne peut pas en déduire le pourcentage de clients qui prennent de la tarte car il y a certainement des clients qui goûtent à tous les produits. Dans cet exemple, **les sous-ensembles ne sont pas disjoints.**

Exemple 8 : Dans un lycée, 12% des filles et 9% des garçons étudient le chinois.

On ne peut pas en déduire le pourcentage d'élèves qui étudient le chinois. Dans cet exemple, **les pourcentages ne font pas référence au même ensemble.**

5 Pourcentages d'évolution

Définition 3 – Taux d'évolution

Si une grandeur passe d'une **valeur initiale** V_i à une **valeur finale** V_f ,
Le **taux d'évolution** t est :

$$t = \frac{V_f - V_i}{V_i}$$

Définition 4 – Pourcentage d'évolution

Un taux d'évolution exprimé en pourcentage est appelé **pourcentage d'évolution**.

Exemple 9 : La population d'un village est passée de 400 à 428 habitants. le taux d'évolution de la démographie est :

$$t = \frac{428 - 400}{400} = \frac{28}{400} = 0,07 = \frac{7}{100} \quad \text{Le pourcentage d'évolution est de } 7\%$$

Remarque : En cas d'une diminution, le taux d'évolution est négatif.

Méthode : Augmenter une quantité de $a\%$ revient à multiplier cette quantité par

$$k = 1 + \frac{a}{100} = 1 + t$$

k est appelé le **coefficient multiplicateur** correspondant à l'augmentation.

Exemple 10 : Le prix d'un produit a augmenté de 15%. Pour connaître le nouveau prix, il faut multiplier l'ancien prix par 1,15.

Méthode : Diminuer une quantité de $a\%$ revient à multiplier cette quantité par

$$k = 1 - \frac{a}{100} = 1 - t$$

k est appelé le **coefficient multiplicateur** correspondant à la diminution.

Exemple 11 : Pendant les soldes, un magasin baisse ses prix de 30%. Pour connaître le nouveau prix, il faut multiplier l'ancien prix par 0,7.

6 Évolutions successives

Propriété 3 – Coefficient multiplicateur global

Si une grandeur passe successivement d'une **valeur initiale** V_0 à une **valeur intermédiaire** V_1 , puis à une **valeur finale** V_2 , le **coefficient multiplicateur global** k est le produit des coefficients multiplicateurs k_1 et k_2 correspondant aux évolutions intermédiaires :

$$k = k_1 \times k_2$$

Exemple 12 : Un article subit une augmentation de 20% puis une diminution de 10%.

$$k_1 = 1 + \frac{20}{100} = 1,2 \quad \text{et} \quad k_2 = 1 - \frac{10}{100} = 0,9$$

Le prix a donc été multiplié par $k = 1,2 \times 0,9 = 1,08$, soit une augmentation de 8%.

attention au piège ! le taux d'évolution global n'est pas égal à la somme des taux d'évolution intermédiaires.