

Pourcentages

Classe de Première ES - Lycée Saint-Charles

Patrice Jacquet - www.mathxy.fr - 2013/2014

Objectifs :

- Calculer une évolution exprimée en pourcentages.
- Exprimer en pourcentage une évolution.
- Calculer un taux d'évolution global.
- Calculer un taux d'évolution réciproque.

1 Rappels

Définition 1 – Proportion

Si on étudie une partie d'une population (ou d'un ensemble), la proportion de la partie étudiée parmi l'ensemble de la population est définie par :

$$p = \frac{\text{effectif de la partie étudiée}}{\text{effectif total de la population}}.$$

Définition 2 – Pourcentage

Un pourcentage est une fraction dont le dénominateur est 100.

Exemple : $\frac{24}{25} = 0,96 = \frac{96}{100} = 96\%$.

Remarque – L'utilisation de pourcentage permet de comparer plus facilement les proportions : il est plus facile de comparer 96% et 73,7% que de comparer $\frac{24}{25}$ et $\frac{14}{19}$

2 Pourcentages d'évolution

Définition 3 – Taux d'évolution, Pourcentage d'évolution

Si une grandeur passe d'une **valeur initiale** V_i à une **valeur finale** V_f ,
Le **taux d'évolution** t est :

$$t = \frac{V_f - V_i}{V_i}$$

Un taux d'évolution exprimé en % est appelé **pourcentage d'évolution**.

Exemple : La population d'un village est passée de 400 à 428 habitants. le taux d'évolution de la démographie est :

$$t = \frac{428 - 400}{400} = \frac{28}{400} = 0,07 = \frac{7}{100} \quad \text{Le pourcentage d'évolution est de } 7\%$$

Remarque – En cas d'une diminution, le taux d'évolution est négatif.

Méthode : Augmenter une quantité de $a\%$ revient à multiplier cette quantité par

$$k = 1 + \frac{a}{100} = 1 + t$$

k est appelé le **coefficient multiplicateur** correspondant à l'augmentation.

Exemple : Le prix d'un produit a augmenté de 15%. Pour connaître le nouveau prix, il faut multiplier l'ancien prix par 1,15.

Méthode : Diminuer une quantité de $a\%$ revient à multiplier cette quantité par

$$k = 1 - \frac{a}{100} = 1 - t$$

k est appelé le **coefficient multiplicateur** correspondant à la diminution.

Exemple : Pendant les soldes, un magasin baisse ses prix de 30%. Pour connaître le nouveau prix, il faut multiplier l'ancien prix par 0,7.

3 Évolutions successives

Propriété 1 – Coefficient multiplicateur global

Si une grandeur passe successivement d'une **valeur initiale** V_0 à une **valeur intermédiaire** V_1 , puis à une **valeur finale** V_2 , le **coefficient multiplicateur global** k est le produit des coefficients multiplicateurs k_1 et k_2 correspondant aux évolutions intermédiaires :

$$k = k_1 \times k_2$$

Exemple : Un article subit une augmentation de 20% puis une diminution de 10%.

$$k_1 = 1 + \frac{20}{100} = 1,2 \quad \text{et} \quad k_2 = 1 - \frac{10}{100} = 0,9$$

Le prix a donc été multiplié par $k = 1,2 \times 0,9 = 1,08$, soit une augmentation de 8%.

attention au piège ! le taux d'évolution global n'est pas égal à la somme des taux d'évolution intermédiaires.

4 Évolution réciproque

Propriété 2 – Taux d'évolution réciproque

Si le taux d'évolution de V_0 à V_1 est t , alors le taux d'évolution réciproque t' de V_1 à V_0 est tel que :

$$1 + t' = \frac{1}{1 + t}$$

Exemple : Un article subit une augmentation de 20%.

$$V_1 = V_0 \times \left(1 + \frac{20}{100}\right) = V_0 \times 1,2$$

Pour revenir au prix initial il faut faire $V_0 = \frac{V_1}{1,2}$. Soit $\frac{V_0}{V_1} \approx 0,833$.

L'article subit une diminution de 16,7%.