

Diviser des nombres entiers et décimaux

I. La division euclidienne (pour partager équitablement)

Exemple 1 : on souhaite partager équitablement 30 billes entre 7 personnes.

Méthode pour faire ce partage :

- 1) On donne une bille à chaque personne. Il reste $30 - 7 = 23$ billes à partager.
 - 2) On donne une deuxième bille à chaque personne. Il reste billes
 - 3) On donne une troisième bille. Il reste billes.
 - 4) On donne une quatrième bille. Il reste billes.
- Chaque personne reçoit billes et il en reste

On dit que la division de 30 par 7 a pour 4 et pour 2

$$\text{On écrit : } 30 = 7 \times 4 + 2$$

30 : dividende 7 : diviseur 4 : quotient 2 : reste

Le nom de **division euclidienne** est un hommage rendu au mathématicien grec **Euclide** qui en explique le principe par soustractions successives dans ses *Éléments*. Mais elle existait bien avant Euclide dans les mathématiques égyptiennes, dans les mathématiques babyloniennes et dans les mathématiques chinoises.

Exemple 2 : on prépare des bouquets de 5 brins de muguet, on dispose de 43 brins.

On sait que $40 = 5 \times 8$. On peut donc préparer 8 bouquets et il restera 3 brins.

$$\text{On écrit : } 43 = 5 \times 8 + 3$$

43 : le **dividende** 5 : le **diviseur** 8 : le **quotient** 3 : le **reste**

Division posée : on souhaite répartir 459 fleurs dans 11 vases.

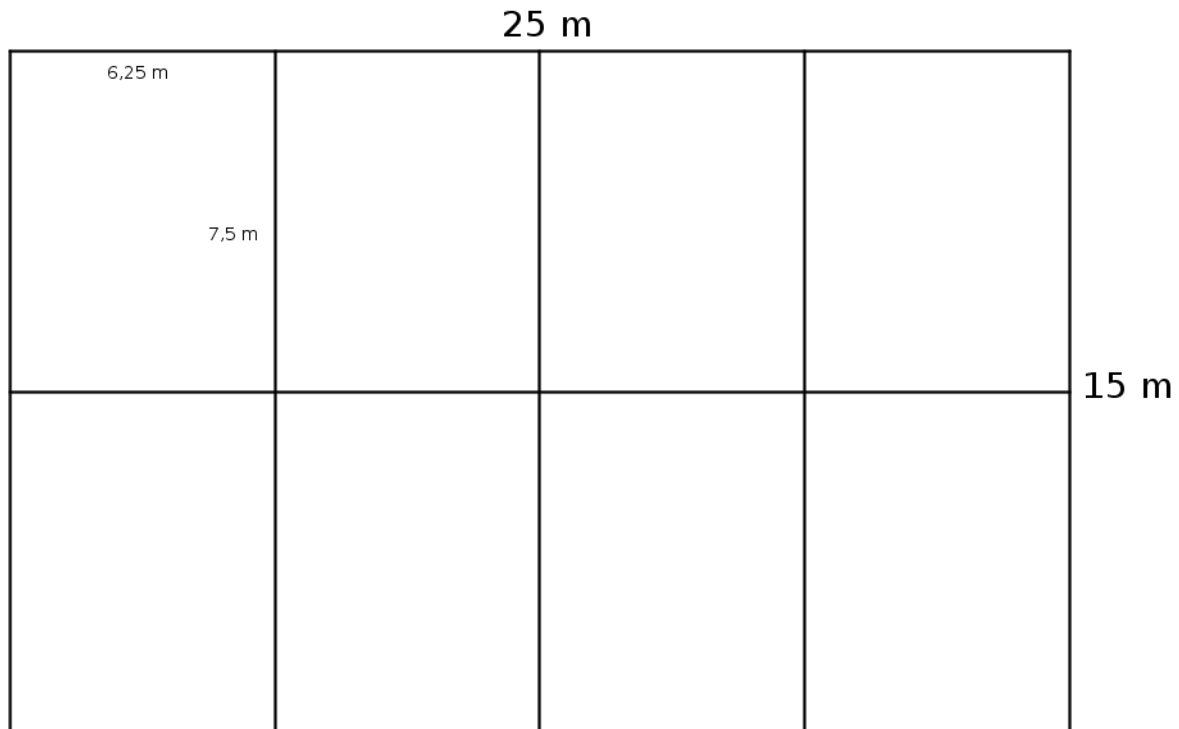
$$\begin{array}{r|l} 459 & 11 \\ - 44 & \\ \hline 019 & \\ - 11 & \\ \hline 08 & \end{array}$$

Dans chaque vase on met 41 fleurs et il reste 8 fleurs.

II. La division décimale (pour partager équitablement et en totalité)

Exemple : 8 personnes se partagent équitablement et en totalité un terrain rectangulaire de longueur $L = 25 \text{ m}$ et largeur $l = 15 \text{ m}$.

Ils découpent le terrain en 8 parcelles identiques de dimension $7,5 \times 6,25$ (en mètre)



La largeur d'une parcelle est égale à : $25 \div 4 = 6,25 \text{ m}$

La longueur d'une parcelle est égale à : $15 \div 2 = 7,5 \text{ m}$

L'aire totale du terrain est égale à : $25 \times 15 = 375 \text{ m}^2$

L'aire d'une parcelle est égale à : $375 \div 8 = 46,875 \text{ m}^2$

(on peut aussi obtenir l'aire d'une parcelle en calculant $6,25 \times 7,5 = 46,875 \text{ m}^2$)

$$\begin{array}{r} 375 \\ - 32 \\ \hline 055 \\ - 48 \\ \hline 070 \\ - 64 \\ \hline 60 \\ - 56 \\ \hline 40 \\ - 40 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 8 \\ \hline 46,875 \end{array}$$

Le terrain est partagé en totalité :
le reste est égal à 0.

III. Multiples et diviseurs

On parle de **multiples** et **diviseurs** uniquement pour les nombres entiers.

$$21 = 3 \times 7$$

21 est un multiple de 3

21 est un multiple de 7

7 et 3 sont des diviseurs de 21

Les diviseurs de 21 sont 1, 3, 7 et 21 (1 est diviseur de tous les nombres).

IV. Critères de divisibilité

Propriétés :

Un nombre entier est **divisible par 2** si et seulement si son chiffre des unités est pair.

Exemples : 1 238 798 est divisible par 2. 23 n'est pas divisible par 2.

Un nombre entier est **divisible par 4** si et seulement si ses deux derniers chiffres forment un nombre divisible par 4.

Exemples : 1 238 712 est divisible par 4. 23 n'est pas divisible par 4.

Un nombre entier est **divisible par 3** si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Exemples : 912 est divisible par 3, car $9 + 1 + 2 = 12$ et 12 est divisible par 3.

23 n'est pas divisible par 3, car $2 + 3 = 5$ et 5 n'est pas divisible par 3.

Un nombre entier est **divisible par 9** si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Exemples : 9612 est divisible par 9, car $9 + 6 + 1 + 2 = 18$ et 18 est divisible par 9.

912 n'est pas divisible par 9, car $9 + 1 + 2 = 12$ et 12 n'est pas divisible par 9.

Un nombre entier est **divisible par 5** si et seulement si son chiffre des unités est 0 ou 5.

Exemples : 1 238 795 est divisible par 5. 212 440 est divisible par 5.

Un nombre entier est **divisible par 10** si et seulement si son chiffre des unités est 0.

Exemples : 1 238 790 est divisible par 10. 423 n'est pas divisible par 10.