

Opérations avec des Fractions

Objectifs :

Savoir additionner, soustraire, multiplier et diviser des fractions.

Vocabulaire à connaître :

fraction, fraction décimale, quotient, numérateur, dénominateur.

1. Rappels de sixième et cinquième

Définitions

Fraction

Une fraction est une écriture fractionnaire dont le numérateur et le dénominateur sont entiers.

Exemple : $\frac{45}{7}$ est une fraction.

Fraction décimale

Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est une puissance de dix (1 ou 10 ou 100 ou 1 000...).

Exemple : $\frac{45}{10}$ est une fraction décimale.

Quotient

Le quotient d'un nombre a par un nombre b est le résultat de la division de a par b .

Remarque : le quotient d'une fraction décimale est un nombre décimal.

Exemple : $\frac{45}{10} = 4,5$

Propriété

Si on multiplie (ou si on divise) le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un même nombre non nul alors on obtient un quotient égal.

Exemple : $\frac{6}{2} = \frac{6 \times 2}{2 \times 2} = \frac{6 \div 2}{2 \div 2}$

en effet : $\frac{6}{2} = 3$ $\frac{6 \times 2}{2 \times 2} = \frac{12}{4} = 3$ $\frac{6}{2} = \frac{6 \div 2}{2 \div 2} = \frac{3}{1} = 3$

Propriété

Pour additionner (ou soustraire) deux fractions de même dénominateur :

- on additionne (ou on soustrait) les numérateurs
- on conserve le dénominateur commun

Exemple : $\frac{4}{3} + \frac{11}{3} = \frac{4 + 11}{3} = \frac{15}{3} = 5$

Méthode générale pour effectuer une somme de deux nombres fractionnaires :

Pour effectuer une **somme de deux fractions de dénominateurs différents** on réduit d'abord les fractions au même dénominateur

Exemple : $\frac{5}{3} + \frac{7}{6} = \frac{5 \times 2}{3 \times 2} + \frac{7}{6} = \frac{10}{6} + \frac{7}{6} = \frac{17}{6}$

Propriété

Pour effectuer le **produit de fractions**, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux

Exemples : $\frac{6}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{6 \times 5}{2 \times 3} = \frac{30}{6} = 5$

Définition

Deux nombres sont dits **opposés** lorsque leur somme est égale à 0.

Exemples : 2 est l'opposé de -2 $\frac{2}{3}$ est l'opposé de $-\frac{2}{3}$

Définition

Deux nombres sont dits **inverses** lorsque leur produit est égal à 1.

Exemples : 2 est l'inverse de 0,5 0,1 est l'inverse de 10

Propriété

L'inverse d'un nombre a non nul est $\frac{1}{a}$. Preuve : $a \times \frac{1}{a} = \frac{a}{a} = 1$

Exemples : 2 est l'inverse de $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{10}$ est l'inverse de 10

Propriété

L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$. Preuve : $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{a \times b}{b \times a} = 1$

Exemple : $\frac{2}{3}$ est l'inverse de $\frac{3}{2}$

2. Division deux fractions

Propriété (démontrée en activité)

Diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse

Exemple :
$$\frac{12}{7} \div \frac{4}{7} = \frac{12}{7} \times \frac{7}{4} = \frac{12 \times 7}{7 \times 4} = \frac{12}{4} = 3$$