Correction d'évaluation

Exercice 1

Soit h la fonction polynôme de degré 2 définie par $h(x) = (x-5)^2 - 3$

Soit $\mathcal{C}_h$ la courbe représentant h.

1. Quelle est la nature de $\mathcal{C}_h$?
2. Donner les coordonnées du point M, sommet de $\mathcal{C}_h$.
3. Résoudre l'équation $h(x) = 0$.
4. Dresser les tableaux de signe et de variation de h.

Correction

1. h est une fonction polynôme de degré 2 donc $\mathcal{C}_h$ est une **parabole**. **(2 points)**

2. h lest définie par sa forme canonique : $h(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$
   avec $a = 1$, $\alpha = 5$ et $\beta = -3$.
   On en déduit les coordonnées du sommet de $\mathcal{C}_h$: $\boldsymbol{M(5\,;-3)}$. **(2 points)**

3. $h(x) = (x-5)^2 - 3 = (x-5)^2 - \sqrt{3}^2 = \left[(x-5) - \sqrt{3}\right] \times \left[(x-5) + \sqrt{3}\right]$
   Un produit est nul si au moins un des facteurs est nul
   Donc $h(x) = 0$ si $x - 5 - \sqrt{3} = 0$ ou $x - 5 + \sqrt{3} = 0$
   On en déduit les deux solutions de l'équation $h(x) = 0$: $\mathbf{5 + \sqrt{3}}$ et $\mathbf{5 - \sqrt{3}}$. **(2 points)**

4. $a = 1$ donc la fonction h est décroissante sur l'intervalle $]-\infty\,;\ 5]$
   et croissante sur l'intervalle $[5\,;\ +\infty[$.
   On sait par ailleurs que $h(x)$ s'annule pour $x_1 = 5 + \sqrt{3}$ et $x_2 = 5 - \sqrt{3}$

   D'où le **tableau de variation** : **(2 points)**

x	$-\infty$		5		$+\infty$
variations de h		$\searrow$	-3	$\nearrow$	

   Et le **tableau de signe** : **(2 points)**

x	$-\infty$		$5-\sqrt{3}$		$5+\sqrt{3}$		$+\infty$
signe de $h(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Exercice 2

Soit k la fonction polynôme de degré 2 définie par $k(x) = (x - 5)^2 + 3$

1. Résoudre l'équation $k(x) = 0$.
2. Dresser les tableaux de signe et de variation de k.

Correction

1. $(x - 5)^2$ est positif ou nul, on en déduit que $(x - 5)^2 + 3$ est strictement positif **(2 points)**
   Donc **l'équation $\boldsymbol{k(x) = 0}$ n'a pas de solutions**.

2. k lest définie par sa forme canonique : $k(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$.
   avec $a = 1$, $\alpha = 5$ et $\beta = 3$.
   On en déduit les coordonnées du sommet de $\mathcal{C}_k$: $M(5\,;3)$.
   $a = 1$ donc la fonction h est décroissante sur l'intervalle $]-\infty\,;\ 5]$
   et croissante sur l'intervalle $[5\,;\ +\infty[$.

   D'où les **tableaux de variation et de signe** : **(2 points)**

x	$-\infty$	5	$+\infty$
variations de k	$\searrow$	3	$\nearrow$

x	$-\infty$		$+\infty$
signe de $k(x)$		$+$	

Exercice 3

Soit f la fonction polynôme de degré 2 définie par $f(x) = 10x^2 + 5x + 3$

Soit $\mathcal{C}_f$ la courbe représentant f.

$\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des ordonnées au point M.

1. Donner les coordonnées du point M.

Correction

$\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des ordonnées au point M donc l'abscisse du point M est égale à zéro.

De plus, $f(0) = 3$. On en déduit $\boldsymbol{M(0\,;\ 3)}$. **(2 points)**

Exercice 4

Soit g la fonction polynôme de degré 2 définie par $g(x) = -2(x-1)(x+3)$

Soit $\mathcal{C}_g$ la courbe représentant g.

1. Résoudre l'équation $g(x) = 0$.
2. Donner une interprétation graphique du résultat de la question précédente.

Correction

1. Résolution de l'équation $-2(x-1)(x+3) = 0$
   Un produit est nul si au moins un des facteurs est nul
   Par conséquent $-2(x-1)(x+3) = 0$ si $x - 1 = 0$ ou $x + 3 = 0$

   Donc les solution de l'équation $g(x) = 0$ sont 1 et -3. **(2 points)**

2. $\mathcal{C}_g$ est une parabole qui coupe la droite des abscisses en deux points d'abscisses 1 et -3.
   (2 points)