Expressions algébriques

Classe de seconde

Patrice Jacquet - www.mathxy.fr

1 Équations

Définition 1 – Équation

Une **équation** est une **égalité** qui comporte une ou plusieurs **valeurs inconnues**. L'inconnue est souvent notée x.

Définition 2 – Solution d'une équation

Une solution d'une équation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vraie.

Définition 3 – Résoudre une équation

Résoudre une équation, c'est **trouver l'ensemble de ses solutions**.

Remarque : Certaines équations n'ont pas de solution : $x^2 = -1$ n'a pas de solution dans $\mathbb{R}$.

Méthode (Résolution d'une équation du premier degré à une inconnue) :

$$\begin{aligned} 5x + 1 &= 2x - 5 \\ 5x - 2x &= -5 - 1 \\ 3x &= -6 \\ x &= \frac{-6}{3} \\ x &= -2 \end{aligned}$$

2 Inéquations

Définition 4 – Inéquation

Une équation est une **inégalité** qui comporte une ou plusieurs **valeurs inconnues**.

Définition 5 – Solution d'une inéquation

Une solution d'une inéquation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'inégalité est vraie.

Définition 6 – Résoudre une inéquation

Résoudre une inéquation, c'est **trouver l'ensemble de ses solutions**.

Remarque : L'ensemble des solutions d'une inéquation est généralement un intervalle : l'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 < 4$ est l'intervalle $]-2;2[$.

3 Transformations d'une expression algébrique

3.1 Développer, Factoriser, Réduire

Il faut savoir transformer une expression afin d'utiliser la forme la plus adaptée au travail à effectuer.

Définition 7 – Développer

Développer, signifie transformer une expression algébrique en une somme.

Exemple : $(x+3)(x+2) = x^2 + 2x + 3x + 6$.

Définition 8 – Réduire une somme

Réduire une somme, c'est l'écrire sous la forme la plus condensée possible.

Exemple : $3x^2 + 2x + 3x + 6 = 3x^2 + 5x + 6$.

Définition 9 – Factoriser

Factoriser, signifie transformer une expression algébrique en un produit.

Exemple : $(x+1)(x-2) + 5(x+1) = (x+1)(x-2+5) = (x+1)(x+3)$.

Méthode (Réduire au même dénominateur) :

$$2 + \frac{1}{x} = \frac{2x}{x} + \frac{1}{x} = \frac{2x+1}{x}$$

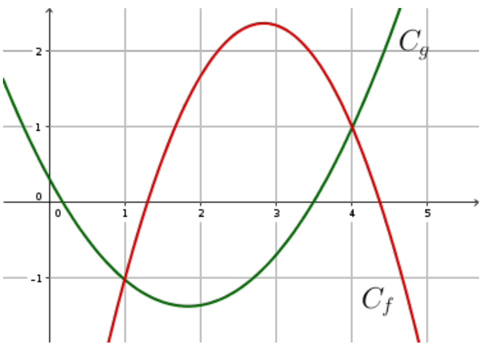
3.2 Identités remarquables

Les trois identités remarquables doivent être apprises par cœur.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

4 Résolution graphique d'une équation du type $f(x) = g(x)$

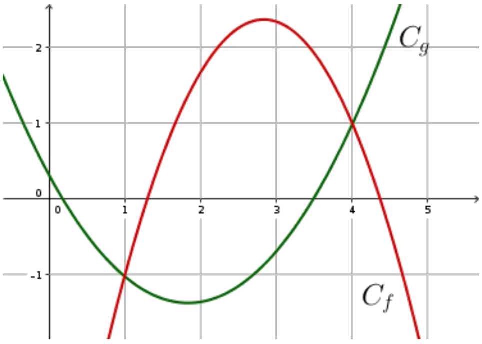
Les fonctions f et g sont représentées par les courbes C_f et C_g.



Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points communs à C_f et C_g.
Dans l'exemple ci-dessus, les solution de l'équation $f(x) = g(x)$ sont approximativement 1 et 4.

5 Résolution graphique d'une inéquation du type $f(x) > g(x)$

Les fonctions f et g sont représentées par les courbes C_f et C_g. On cherche les points de C_f situés au dessus des points de C_g, on lit leurs abscisses, ce sont les solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$.



Dans l'exemple ci-dessus, l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$ est l'intervalle $]1;4[$.