

# Généralités sur les fonctions

Classe de seconde

Patrice Jacquet - [www.mathxy.fr](http://www.mathxy.fr)

## Objectifs :

- Connaître la notion d'intervalle.
- Connaître la notion de fonction définie sur un intervalle.
- Savoir tracer la courbe représentative d'une fonction.
- Connaître les notions de fonction croissante et fonction décroissante.
- Connaître la notion d'extremum sur un intervalle.
- Savoir dresser le tableau de variations d'une fonction.

## 1 Notion d'intervalle

### Définition 1 – ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels

L'ensemble  $\mathbb{R}$  des **nombres réels** est constitué de toutes les **abscisses** des points d'une droite graduée.

### Définition 2 – intervalle

On appelle intervalle une partie de  $\mathbb{R}$  délimitée par deux nombres constituant une **borne inférieure** et une **borne supérieure**. L'intervalle contient tous les nombres réels compris entre ces deux bornes.

**Remarque :** Les intervalles peuvent être **ouverts**, **fermés**, ou **semi-ouverts**.

**Exemple 1 :**  $[-4; 5]$  est l'intervalle fermé compris entre  $-4$  et  $5$  ( $-4$  et  $5$  sont inclus dans l'intervalle).

**Exemple 2 :**  $] -5; 0[$  est l'intervalle ouvert compris entre  $-5$  et  $0$  ( $-5$  et  $0$  sont exclus de l'intervalle).

**Exemple 3 :**  $]2; 8]$  est l'intervalle semi-ouvert compris entre  $2$  et  $8$  ( $2$  est exclu,  $8$  est inclus).

## 2 Fonctions : vocabulaire et notation

### Définition 3 – fonction

On définit une **fonction**  $f$  sur un intervalle  $D$  lorsque l'on associe à chaque nombre de  $D$  un nombre  $y$  et un seul. On note :

$$f : x \mapsto y \quad \text{ou} \quad y = f(x).$$

$D$  est appelé l'**ensemble de définition** de la fonction  $f$ .

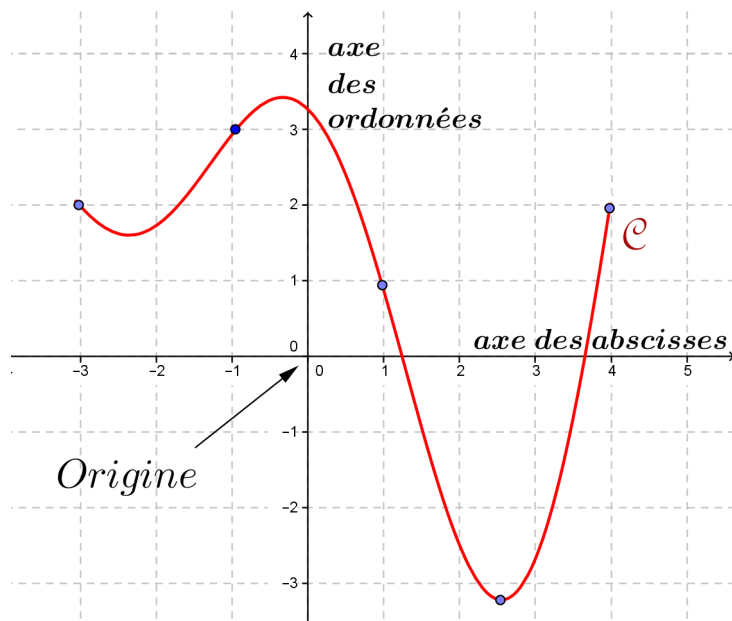
**Remarque :** L'ensemble de définition d'une fonction peut être composé de plusieurs intervalles et/ou de nombres isolés.

**Définition 4 – image**

Le nombre  $f(x)$  est appelé **image** de  $x$  par la fonction  $f$ .

**Définition 5 – antécédent**

Si  $f(a) = b$ , on dit que  $a$  est un **antécédent** de  $b$  par la fonction  $f$ .

**3 Fonction définie par une courbe**

Ce graphique permet de définir une fonction  $f$  sur  $D = [-3; +4]$ .

**Remarque :** Seuls les points repérés permettent une lecture exacte des valeurs.

**4 Fonction définie par un tableau**

$x$	-5	-3	0	3	6
$g(x)$	4	3	8	4	7

L'ensemble de définition de la fonction  $g$  se réduit à 5 nombres :  $D_g = \{-5; -3; 0; 3; 6\}$ .

**5 Fonction définie par une formule**

$h$  est la fonction définie par :  $h(x) = (21 - 2x)(29, 7 - 2x)x$  sur l'intervalle  $[0; 10, 5]$ .

On a :  $h(0) = h(10, 5) = 0$  (voir activité).

**6 Courbe représentative****Définition 6 – courbe représentative**

Dans un repère du plan, la **courbe représentative**  $\mathcal{C}$  de  $f$  (ou représentation graphique) est l'ensemble de tous les points  $M$  de coordonnées  $(x; y)$  tels que  $y = f(x)$ , avec  $x$  appartenant à  $D$ .

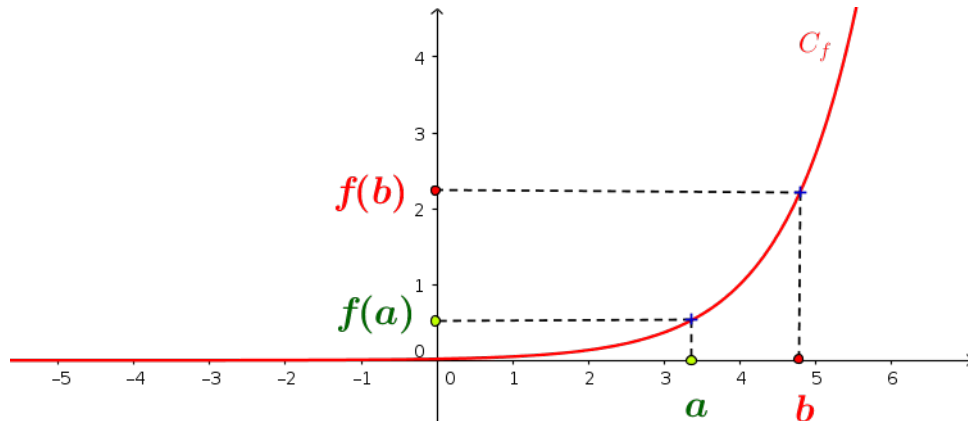
## 7 Variations, minimum, maximum d'une fonction

### Définition 7 – Fonction croissante sur un intervalle

Une fonction  $f$ , définie sur un intervalle  $I$ , est dite **strictement croissante sur  $I$** , lorsque pour tous nombres  $a$  et  $b$  appartenant à  $I$  :

$$\text{si } a < b \text{ alors } f(a) < f(b).$$

Autrement dit, les images sont rangées dans le **même ordre** que leurs antécédents.

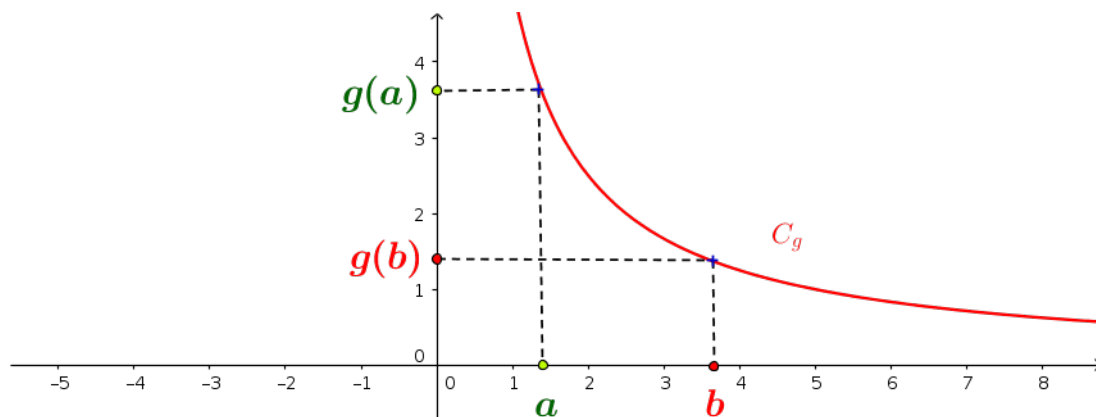


### Définition 8 – Fonction décroissante sur un intervalle

Une fonction  $f$ , définie sur un intervalle  $I$ , est dite **strictement décroissante sur  $I$** , lorsque pour tous nombres  $a$  et  $b$  appartenant à  $I$  :

$$\text{si } a < b \text{ alors } f(a) > f(b).$$

Autrement dit, les images sont rangées dans l'**ordre contraire** de leurs antécédents.

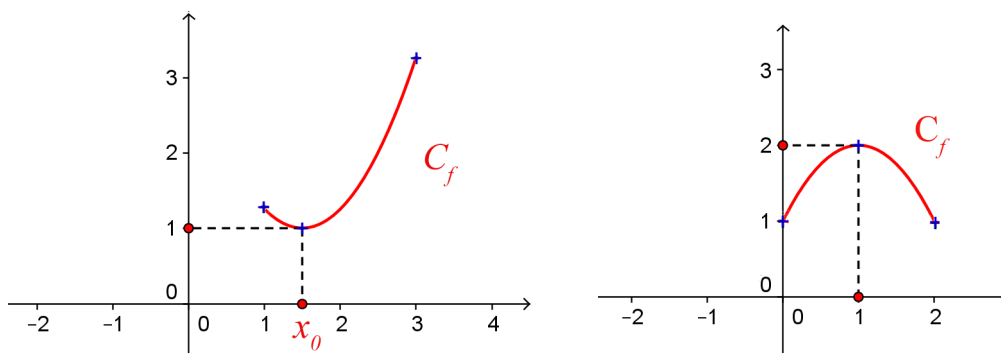


### Définition 9 – minimum

Soit une fonction  $f$  définie sur l'ensemble  $D$ . La plus petite valeur, lorsqu'elle existe, parmi les images par  $f$  est appelée le **minimum de la fonction  $f$** .

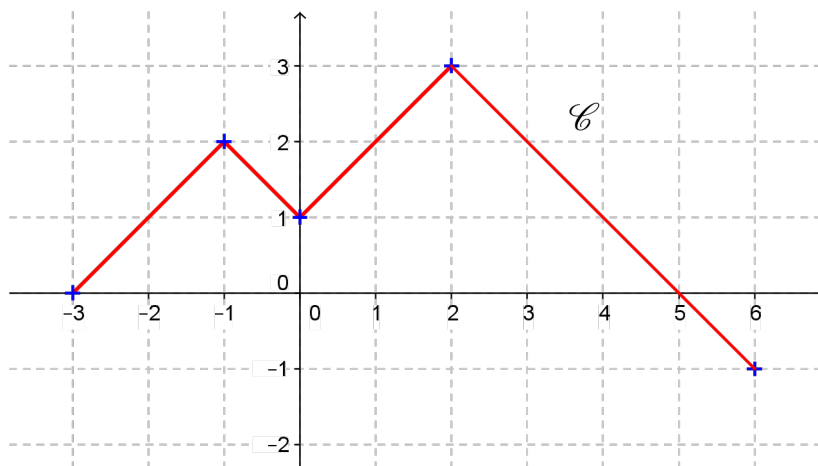
### Définition 10 – maximum

Soit une fonction  $f$  définie sur l'ensemble  $D$ . La plus grande valeur, lorsqu'elle existe, parmi les images par  $f$  est appelée le **maximum de la fonction  $f$** .



## 8 Tableau de variations

Soit  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de la fonction  $f$  :



On résume les variations de  $f$  dans un tableau de variation :

$x$	-3	-1	0	2	6
$f(x)$	0	2	1	3	-1

### interprétation du tableau de variation :

$f$  est croissante sur  $[-3; 1]$

$f$  est décroissante sur  $[-1; 0]$

$f$  est croissante sur  $[0; 2]$

$f$  est décroissante sur  $[2; 6]$

2 est un maximum sur  $[-3; 0]$

1 est un minimum sur  $[-1; 2]$

3 est un maximum sur  $[0; 6]$